

Untersuchung von Level-Crossing-Signalen an schnellen He-Atomen in inhomogenen Magnetfeldern

G. v. Oppen und W.-D. Perschmann

Institut für Strahlungs- und Kernphysik, Technische Universität Berlin

(Z. Naturforsch. **32 a**, 79–83 [1977] ; eingegangen am 4. Dezember 1976)

Investigation of Level-crossing Signals on High-velocity He-atoms in Inhomogeneous Magnetic Fields

In level-crossing experiments on high-velocity atoms, the shape of the observed signals depends sensitively on inhomogeneities of the applied magnetic field. With regard to the interpretation of such signals, we investigated the magnetic-field dependence of He I-fluorescence light excited by He-ion-He-atom collisions. Due to the inhomogeneity of the applied magnetic field, the observed level-crossing signals have a distorted shape with an oscillating structure in the wings. Taking into account the motion of the excited atoms, the shape of the signals will be explained.

Einleitung

In Level-Crossing (LC)-Experimenten¹, in denen nach Anregung freier Atome durch Photoabsorption oder Stoßprozesse die Fluoreszenzstrahlung in Abhängigkeit von der Stärke eines Magnetfeldes untersucht wird, können bei Überschneidungen atomarer Niveaus Interferenzsignale nachgewiesen werden, aus deren Magnetfeldlage und Signalform Präzisionswerte atomarer Parameter bestimmt werden können. Zur Erzielung der höchstmöglichen Genauigkeit ist dabei ein genaues Verständnis des Einflusses der verschiedenen experimentellen Parameter auf die beobachtete Fluoreszenzlichtintensität erforderlich. Unter „idealen“ Versuchsbedingungen ergibt sich die Signalform nach der Breitschen Formel² in einfacher Weise aus der Geometrie der Versuchsanordnung^{3,4}. Eine detaillierte Deutung gemessener Signalformen wird jedoch dadurch wesentlich erschwert, daß z. B. die spektrale Intensitätsverteilung der anregenden Spektrallinien oder die Öffnungswinkel der zur Anregung und Beobachtung dienenden Lichtkegel sowie die Vielfachstreuung der Fluoreszenzstrahlung im Streuvolumen zu Abweichungen von der „idealen“ Signalform führen können⁵.

In bisher veröffentlichten Arbeiten wird bei der Diskussion von LC-Signalen allgemein davon ausgegangen, daß die Atome als ruhend angesehen werden dürfen. Diese Annahme ist weitgehend gerechtfertigt bei Untersuchungen an thermisch bewegten Atomen. In letzter Zeit wurden aber in verschiedenen Laboratorien auch LC-Effekte an schnelleren Atomen beobachtet^{6–8}. Diese Atome, die durch Umladung beschleunigter Ionen erzeugt wurden und Geschwindigkeiten von einigen 10^8 cm/s haben, legen innerhalb der Lebensdauer der angeregten Niveaus von größenordnungsmäßig 10^{-8} s mehrere cm im Beobachtungsvolumen zurück. Unter solchen Bedingungen kann – zusätzlich zu den oben genannten Faktoren – eine geringe Inhomogenität des Magnetfeldes einen wesentlichen Einfluß auf die Form der beobachteten LC-Signale haben. Während bei Untersuchungen an thermischen Atomen eine Feldinhomogenität im allgemeinen nur eine Verbreiterung der Signale zur Folge hat, kann bei LC-Experimenten am bewegten Leuchten eine Feldinhomogenität erhebliche Verzerrungen der Signalformen hervorrufen.

In dieser Arbeit wurden derartige Signaländerungen in LC-Experimenten an He-Atomen untersucht. Dabei wurden He⁺-Ionen auf 35–50 keV beschleunigt und die aus Stößen der He⁺-Ionen mit thermischen He-Atomen resultierende Fluoreszenzstrahlung in Abhängigkeit von einem senkrecht zum Ionenstrahl gerichteten Magnetfeld nachgewiesen. Zur theoretischen Deutung der beobachteten LC-Signale wird unter Berücksichtigung der Bewegung der He-Atome die Dichtematrix der angeregten He-Atome berechnet, aus der sich Winkelverteilung und Polarisation der Fluoreszenzstrahlung bestimmen lassen.

In dieser Arbeit wurden derartige Signaländerungen in LC-Experimenten an He-Atomen untersucht. Dabei wurden He⁺-Ionen auf 35–50 keV beschleunigt und die aus Stößen der He⁺-Ionen mit thermischen He-Atomen resultierende Fluoreszenzstrahlung in Abhängigkeit von einem senkrecht zum Ionenstrahl gerichteten Magnetfeld nachgewiesen. Zur theoretischen Deutung der beobachteten LC-Signale wird unter Berücksichtigung der Bewegung der He-Atome die Dichtematrix der angeregten He-Atome berechnet, aus der sich Winkelverteilung und Polarisation der Fluoreszenzstrahlung bestimmen lassen.

Experimentelles Verfahren und Meßergebnisse

Zur Untersuchung der Fluoreszenzstrahlung von He-Atomen nach Stoßanregung wurde ein He⁺-Ionenstrahl (35–50 keV, 100–200 μ Amp) in eine He-Atmosphäre mit einem Druck von $p \lesssim 10^{-4}$ Torr

Sonderdruckanforderungen an Prof. Dr. G. v. Oppen, Institut für Strahlungs- und Kernphysik der TU, Rondellstraße 5, D-1000 Berlin 37.



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

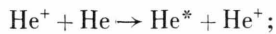
Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

This work has been digitalized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

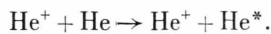
On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition “no derivative works”). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

gerichtet. Dabei können angeregte He-Atome durch zwei zu unterscheidende Prozesse entstehen:

- a) Anregung bei gleichzeitigem Ladungsaustausch



- b) direkte Anregung



Im Fall a) bewegen sich die angeregten He-Atome etwa mit der Geschwindigkeit der anregenden Ionen, im Fall b) haben dagegen die angeregten He-Atome eine nahezu thermische Geschwindigkeitsverteilung. Für einige angeregte He-Zustände wurden die Anregungsquerschnitte σ der beiden betrachteten Stoßprozesse sowie die Polarisation P der resultierenden Fluoreszenzstrahlung von de Heer et al.⁹ gemessen. Insbesondere ergaben sich für die 4922 Å-Linie ($4^1\text{D}_2 - 2^1\text{P}_1$) die in der Tabelle zusammengestellten Meßwerte.

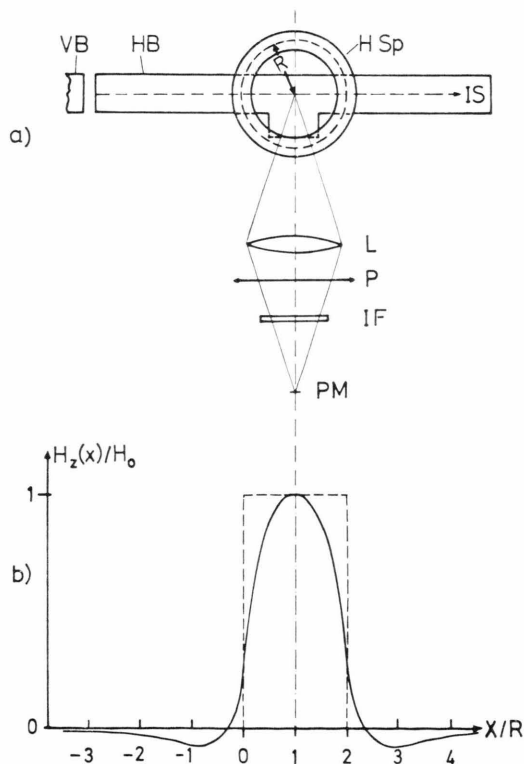


Abb. 1. Schema des Versuchsaufbaus (1 a) und Magnetfeldstärke $H_z(x/R)/H_0$ längs des Ionenstrahls (1 b). (R Radius der Magnetfeldspulen HSp in Helmholtz-Anordnung, H_0 Magnetfeldstärke im Zentrum der Magnetfeldspulen, VB auf ca. 2 kV liegende Elektrode zur Vorbeschleunigung der Ionen, HB auf 35–50 kV liegendes Ionenstrahlrohr, IS auf das Zentrum der Magnetfeldspulen fokussierter Ionenstrahl, L Linse, P Polarisationsfolie, IF Interferenzfilter, PM Photomultiplier).

Zum Nachweis der magnetischen Depolarisation wurde die parallel zum Ionenstrahl polarisierte Komponente des infolge der Stoßanregung emittierten Fluoreszenzlichts mit einem Gittermonochromator (Perkin-Elmer Modell 98G) spektral zerlegt und die Intensität der 4922 Å-Linie mit einem Photomultiplier in Abhängigkeit von der Stärke des Magnetfeldes H_z gemessen. Ionenstrahl, Beobachtungsrichtung und Magnetfeld waren dabei paarweise zueinander senkrecht (Abbildung 1 a). Die Flugstrecke des Ionenstrahls durch die He-Atmosphäre betrug bis zum Beobachtungsvolumen 16 cm. Das Beobachtungsvolumen erstreckte sich über einen 1 cm langen Abschnitt des Ionenstrahls im Zentrum des zur Erzeugung des Magnetfelds dienenden Spulenpaars (8,5 cm Φ). Die Ortsabhängigkeit der Magnetfeldstärke $H_z(x)$ entlang des Ionenstrahls zeigt Abbildung 1 b.

Da das im natürlichen Isotopengemisch fast ausschließlich vorhandene ^4He keinen Kernspin hat, werden an den Linien des Singulett-Systems nur die Nullfeldüberschneidungen als Hanle-Effekt beobachtet. Bei der gewählten Versuchsanordnung erwartet man für LC-Messungen an ruhenden Atomen, daß die Signale die Form von Lorentz-Kurven haben. Dagegen ist dem an der 4922 Å-Linie beobachteten Lorentz-förmigen Hanle-Signal (Abb. 2) eine oszillierende Struktur überlagert, die mit zunehmender

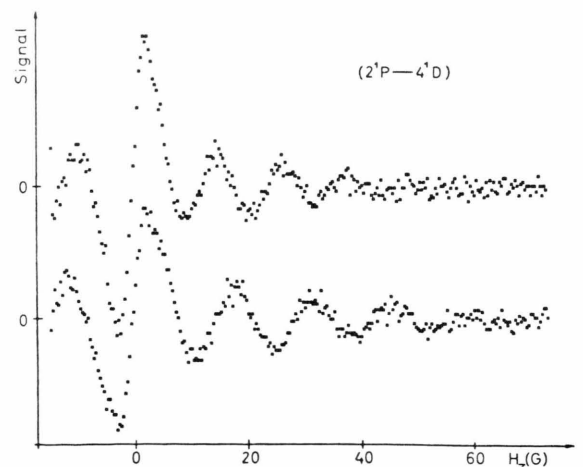


Abb. 2. An der Linie λ 4922 Å beobachtete Signale der Nullfeldcrossings. Zur differentiellen Registrierung wurde die Magnetfeldstärke $H_z(x=R)=H_0$ rechteckmoduliert (voller Modulationshub im Zentrum des Spulenpaars $\Delta H_z = 2,1$ Gauß). Die Signale wurden punktwise gemessen und in einem Kleinrechner gespeichert¹². Die abgebildeten Signalkurven ergaben sich durch Aufsummierung von 10 Magnetfelddurchläufen nach einer gesamten Meßzeit von 13 Min. Die Ionenenergie betrug 35 keV (oben) bzw. 50 keV (unten).

Feldstärke abklingt. Amplitude und Frequenz der Oszillation hängen von der Geschwindigkeit der anregenden He^+ -Ionen ab. Ähnliche Signale wurden auch an der 6678 Å-Linie ($3^1\text{D}_2 - 2^1\text{P}_1$) des Singulett-Systems beobachtet. An den entsprechenden Linien des Triplett-Systems wurden zwar auch Abweichungen von den erwarteten Signalformen nachgewiesen, aber wegen der Feinstrukturkopplung und der daraus resultierenden LC's bei $H_z \neq 0$ ergaben sich weniger regelmäßige Strukturen.

Diskussion von Level-Crossing-Signalen am bewegten Leuchten bei Berücksichtigung einer Feldinhomogenität

Zur Diskussion von LC-Signalen bestimmt man günstigerweise zunächst die Dichtematrix ϱ der im angeregten Zustand befindlichen Atome¹⁰. Ist ϱ bekannt, so ergibt sich die beobachtete Fluoreszenzlichtintensität S aus

$$S = \text{const} \cdot \text{Spur}(\varrho \cdot G^+), \quad (1)$$

wobei die Beobachtungsmatrix

$$G_{\mu\mu'} = \sum_m \langle \mu | \mathbf{g} \mathbf{r} | m \rangle \langle m | \mathbf{g} \mathbf{r} | \mu' \rangle$$

sich aus den Dipolmatrixelementen des zur Beobachtung herangezogenen elektrischen Dipolüberganges ergibt (\mathbf{g} Polarisationsvektor des beobachteten Lichts; G^+ hermitesch konjugiert zu G ; \mathbf{r} Dipoloperator; $|\mu\rangle$, $|m\rangle$ atomare Anfangs- bzw. Endzustände des Zerfalls).

Die Dichtematrix ϱ ergibt sich aus dem Zusammenwirken dreier Prozesse: 1. Anregung durch Stöße oder Photoabsorption (wir vernachlässigen im folgenden Kaskadenprozesse). 2. Zeitliche Entwicklung aufgrund von Feinstrukturkopplung und Wechselwirkung mit äußeren Feldern. 3. Spontaner Zerfall. Betrachten wir Atome, die sich wie in dem beschriebenen Experiment längs der x -Achse mit der Geschwindigkeit v in einem inhomogenen Magnetfeld $H_z(x)$ bewegen, so ist im nichtstationären Fall $\varrho = \varrho(x, t)$ und ϱ erfüllt die Differentialgleichung¹⁰

$$\frac{d}{dt} \varrho(x(t), t) = F - \frac{i}{\hbar} [H(x), \varrho(x(t), t)] - \Gamma \cdot \varrho(x(t), t). \quad (2)$$

Dabei ist $x(t) = x_0 + vt$ die Bahnbewegung der Atome, F ist die Anregungsmatrix, die als ortsunabhängig angenommen wird, $H(x) = H_{\text{FS}} + (g_L L_z + g_S S_z) \mu_B H_z(x)$ der Hamilton-Operator, der sich in den vorliegenden Versuchen aus Feinstruk-

turkopplung und Zeeman-Wechselwirkung zusammensetzt, und $\Gamma = 1/\tau$ ist die Zerfallskonstante des untersuchten Terms. Im stationären Fall verschwindet die partielle Ableitung

$$\frac{\partial}{\partial t} \varrho(x, t) = \frac{d}{dt} \varrho(x(t), t) - v \frac{\partial}{\partial x} \varrho(x, t) = 0, \quad (3)$$

und $\varrho = \varrho(x)$ ergibt sich als Lösung der Differentialgleichung

$$v \frac{\partial}{\partial x} \varrho(x) = F - \frac{i}{\hbar} [H(x), \varrho(x)] - \Gamma \varrho(x). \quad (4)$$

Aus den Gln. (1) und (4) ergeben sich in bekannter Weise die LC-Signale, wenn der geschwindigkeitsabhängige Term in (4) vernachlässigt werden kann. Für thermisch bewegte Atome ist im allgemeinen nur eine relativ geringe Homogenität der äußeren Felder erforderlich, damit $v \partial \varrho / \partial x$ genügend klein wird. Nur bei LC-Untersuchungen an Termen mit sehr langer Lebensdauer kann es auch im Falle thermisch bewegter Atome Schwierigkeiten bereiten, genügend homogene Felder zu erzeugen¹¹. Dagegen ist bei LC-Untersuchungen an schnell bewegten Atomen und Ionen, die innerhalb der Lebensdauer τ mehrere cm zurücklegen, $v \cdot \tau \cdot \partial H_z / \partial x$ häufig von gleicher Größenordnung wie die Signaltbreite $\hbar / (g_J \mu_B \tau)$, insbesondere wenn man bestrebt ist, die Ausdehnung der äußeren Felder und damit die Ablenkung der Ionen klein zu halten. Unter solchen Bedingungen kann der geschwindigkeitsabhängige Term in (4) erhebliche Signalverzerrungen bewirken.

Wir wollen nun den Einfluß der Feldinhomogenität auf die Signalform genauer diskutieren. Dazu müssen wir Gl. (4) integrieren, was im allgemeinen allenfalls numerisch möglich ist. Setzen wir aber voraus, daß sich in dem interessierenden Magnetfeldbereich die Eigenzustände des Hamilton-Operators $H(x)$ nicht ändern, so ergibt sich für die Matrixelemente $\varrho_{\mu\mu'}(x)$ der Dichtematrix

$$\varrho_{\mu\mu'}(\xi) = \frac{1}{\Gamma} F_{\mu\mu'} \int_{-\infty}^{\xi} \exp \left\{ - \int_{\xi'}^{\xi} (i \varepsilon_{\mu\mu'}(\xi'') + 1) d\xi'' \right\} d\xi', \quad (5)$$

wobei $\Gamma \cdot x/v = \xi$ gesetzt wurde und $\varepsilon_{\mu\mu'}(\xi) = [E_\mu(x) - E_{\mu'}(x)] / (\hbar \Gamma)$ den Energieabstand der Niveaus μ und μ' bedeutet*. Mit (5) läßt sich das

* Wir integrieren im ersten Integral von $-\infty$ an, d. h. wir setzen voraus, daß der Weg des Ionenstrahls durch das Gastarget groß gegenüber $v \cdot \tau$ ist. Signalverzerrungen, die auf eine Beschränkung des Integrationsweges zurückzuführen sind, wurden von anderen Autoren⁶ diskutiert.

LC-Signal, das bei einem Kreuzungspunkt der Niveaus μ und μ' beobachtet wird leicht ermitteln, wenn wir einfachheitshalber die Feldinhomogenität durch einen stufenförmigen Magnetfeldverlauf approximieren. Wir setzen also

$$\varepsilon_{\mu\mu'}(\xi) = \begin{cases} \varepsilon_1 & \text{für } \xi < 0, \\ \varepsilon_2 & \text{für } \xi > 0 \end{cases} \quad (6)$$

und erhalten damit aus (1) und (5) für $S(\xi; \varepsilon_1, \varepsilon_2)$, falls $\xi > 0$ und $(F_{\mu\mu'} \cdot G_{\mu'\mu})$ reell ist:

$$S(\xi; \varepsilon_1, \varepsilon_2) = c_1 + c_2 \cdot \left[\frac{1}{1 + \varepsilon_2^2} + e^{-\xi} \frac{\cos(\varepsilon_2 \cdot \xi) - \varepsilon_1 \cdot \sin(\varepsilon_2 \cdot \xi)}{1 + \varepsilon_1^2} - e^{-\xi} \frac{\cos(\varepsilon_2 \cdot \xi) - \varepsilon_2 \sin(\varepsilon_2 \cdot \xi)}{1 + \varepsilon_2^2} \right] \quad (7)$$

c_1 und c_2 sind Konstanten, die Untergrund und Amplitude des Signals bestimmen. Ein rein Lorentzförmiges Signal ergibt sich, wenn $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$, d. h. wenn das Magnetfeld homogen ist. Wenn $\varepsilon_1 \neq \varepsilon_2$, ergeben die beiden letzten Summanden in (7) Abweichungen von der gewöhnlichen Form der LC-Signale. Solche Abweichungen wurden auch bei LC-Untersuchungen an thermischen Atomen beobachtet, und zwar bei Stark-Effekt-Untersuchungen am 5^3P_1 -Term im Sr I-Spektrum¹¹. Wegen der extrem langen natürlichen Lebensdauer dieses Terms war es damals nicht möglich, ein genügend homogenes elektrisches Feld zu erstellen.

Schließlich wollen wir mit Formel (7) die an der 4922 Å-Linie beobachteten Signale der Nullfeldcrossings deuten. Dazu approximieren wir den Magnetfeldverlauf (Abb. 1b), indem wir $H_z(x) = 0$ für $x < 0$ und $H_z(x) = H_z(R)$ für $0 < x < 2R$ setzen. Dann ist $\varepsilon_1 = 0$ und $\varepsilon_2 = 2 g_J \mu_B H_z(R) / (\hbar \Gamma)$. Formel (7) vereinfacht sich damit im Falle der durch Elektronenaustausch entstehenden schnellen Atome zu

$$S_a(x; H_z) = \text{const} \cdot \sigma_a (3 - P_a)^{-1} \cdot \left\{ 1 + P_a \left[\frac{1}{1 + \varepsilon_2^2} + e^{-\xi} \cos(\varepsilon_2 \cdot \xi) - e^{-\xi} \frac{\cos(\varepsilon_2 \cdot \xi) - \varepsilon_2 \sin(\varepsilon_2 \cdot \xi)}{1 + \varepsilon_2^2} \right] \right\}, \quad (7')$$

wobei die Konstanten c_1 und c_2 durch die Größen σ_a und P_a , die von de Heer gemessen wurden (Tab. 1), ausgedrückt wurden. Die gesamte bei

Tab. 1. Anregungsquerschnitte σ_d bzw. σ_a und Polarisation P_d bzw. P_a der 4922 Å-Linie im He I-Spektrum nach direkter bzw. Austauschregung der He-Atome durch He^+ -He-Stöße (s. de Heer et al.⁹); $P = (I_{\parallel} - I_{\perp}) / (I_{\parallel} + I_{\perp})$ ergibt sich aus der Fluoreszenzlichtintensität I parallel und senkrecht zur Stoßrichtung.

Ionenenergie in keV	Anregungsquerschnitt in 10^{-20} cm^2		Polarisation in %	
	σ_d	σ_a	P_d	P_a
35	44,4	23,7	30,1	35,3
50	27,4	31,2	31,3	39,0

$x = R$ beobachtete Fluoreszenzlichtintensität ist $S(R; H_z) = S_d(R, H_z) + S_a(R; H_z)$, wobei

$$S_d(R; H_z) = -\text{const} \cdot \frac{\sigma_d}{3 - P_d} \left(1 + \frac{1}{1 + \varepsilon_2^2} \cdot P_d \right) \quad (7'')$$

die Fluoreszenzlichtintensität der thermischen He-Atome bedeutet. Die für die beobachteten Signale charakteristische Oszillation resultiert aus den Summanden $e^{-\xi} \cos(\varepsilon_2, \xi)$ in (7'). Sie ergibt sich aus dem Fluoreszenzlicht solcher Atome, die außerhalb der Magnetfeldspulen angeregt werden und deren Larmor-Präzession daher erst mit dem Eintritt in das Magnetfeld einsetzt. Da das Magnetfeld nicht, wie zur Ableitung von (7') angenommen, sprunghaft ansteigt, klingen die beobachteten Oszillationen im Gegensatz zu den berechneten ab.

Mit Hilfe der Messungen von de Heer et al. läßt sich das Verhältnis r der Amplituden von Oszillation und Lorentz-Signal berechnen. Es ist

$$r = e^{-\xi} / (1 + L_d/L_a) \quad \text{mit} \quad L = P \cdot \sigma / (3 - P).$$

Für die Stelle $x = R$ errechnet man $r_{\text{th}} = 0,165$ bzw. 0,289, wenn die Ionenenergie zu $E_{\text{Ion}} = 35 \text{ keV}$ bzw. 50 keV angesetzt wird. Diese theoretischen Werte stehen in anbeacht der groben Approximation des Magnetfeldverlaufs in guter Übereinstimmung mit den experimentellen Werten. Aus der Integration der (differentiell) gemessenen Signale ergibt sich $r_{\text{exp}} = 0,098$ bzw. 0,196. Ferner läßt sich die Schwingungszahl z (Zahl der Oszillationen pro Feldstärkeinheit) in der von uns betrachteten Näherung berechnen. Man findet $z_{\text{th}} = 2 g_J \mu_B R / (\hbar v) = 9,15 \cdot 10^{-2} \text{ Gauß}^{-1}$ bzw. $7,67 \cdot 10^{-2} \text{ Gauß}^{-1}$. Aus den experimentellen Kurven ergibt sich in guter Übereinstimmung mit den theoretischen Werten $z_{\text{exp}} = 0,093 \text{ Gauß}^{-1}$ bzw. $0,079 \text{ Gauß}^{-1}$.

Abschließend sei bemerkt, daß die hier beobachteten Signalverzerrungen einerseits bei LC-Untersuchungen im Hinblick auf eine hohe Meßgenauigkeit möglichst klein zu halten sind. Andererseits können sie aber auch zur Differenzierung zwischen direkter Anregung und Austauschregung dienen, und daher bei der Messung von Anregungsquer-

schnitten an symmetrischen Ion-Atom-Systemen nützlich sein. Bei Verwendung eines Magnetfeldes mit einem ausgeprägteren stufenförmigen Verlauf sollte sich aus den beobachteten Signalen die Größe

$$(\sigma_a P_a)/(\sigma_d P_d) \cdot (3 - P_d)/(3 - P_a)$$

mit einer Genauigkeit von einigen Prozent bestimmen lassen.

¹ P. A. Franken, Phys. Rev. **121**, 508 [1961].

² G. Breit, Rev. Mod. Phys. **5**, 91 [1933].

³ M. E. Rose u. R. L. Carovillano, Phys. Rev. **122**, 1185 [1961].

⁴ G. v. Oppen, Physica **63**, 95 [1973].

⁵ D. Zimmermann, Z. Physik A **275**, 5 [1975].

⁶ M. Carré, J. Désesquelles, M. Dufay u. M. L. Gaillard, Phys. Rev. Lett. **27**, 1407 [1971].

⁷ W. Bachmann u. W. Janke, Z. Naturforsch. **27 a**, 579 [1972] und **28 a**, 1821 [1973].

⁸ O. Poulsen, T. Andersen u. N. J. Soubœe, J. Phys. B **8**, 1393 [1975].

⁹ F. J. de Heer u. J. van den Bos, Physica **31**, 365 [1965]; L. Wolterbeek-Muller u. F. J. de Heer, Physica **48**, 345 [1970].

¹⁰ J.-P. Barrat u. C. Cohen-Tannoudji, J. Phys. Radium **22**, 329 und 443 [1961].

¹¹ G. v. Oppen, Z. Physik **248**, 41 [1971].

¹² A. Kreutzträger, Elektronik **1974**, 255.